

PERTEMUAN 7

BENTUK-BENTUK NORMAL DAN
PENYEDERHANAAN FUNGSI
BOOLEAN



Sebelumnya... minta maaf ya...

hari ini materi kita sama kaya punya a kelas dosen. Biar kalian lebih paham lagi.....



MENGAPA BENTUK NORMAL? (1)

- Kemungkinan nilai dalam tabel kebenaran:
 - Semua salah (kontradiksi)
 - Semua benar (tautologi)
 - Memuat paling sedikit 1 benar (satisfiable)
- Cara mencari nilai kebenaran, biasanya menggunakan tabel kebenaran.



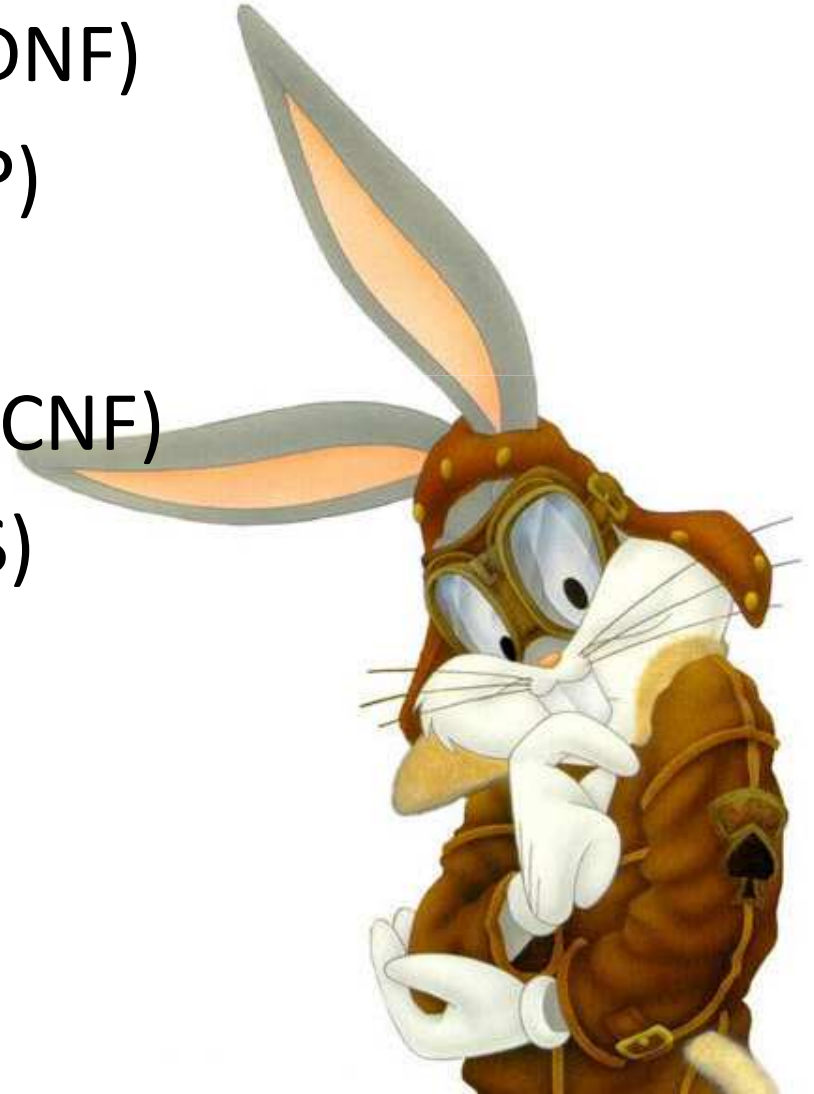
MENGAPA BENTUK NORMAL? (2)

- Pembuatan tabel kebenaran tidak terlalu praktis, bahkan dengan bantuan komputer, terutama untuk jumlah variabel yang besar.
- Prosedur yang lebih mudah adalah dengan mereduksi ke bentuk-bentuk normal.



JENIS BENTUK NORMAL

- Disjunctive normal form (DNF)
atau Sum of products (SOP)
atau Minterm
- Conjunctive normal form (CNF)
atau Product of sums (POS)
atau Maxterm



DNF

- DNF terdiri dari penjumlahan dari beberapa perkalian (sum of products = SOP).
- Dalam tabel kebenaran, DNF merupakan perkalian-perkalian yang menghasilkan nilai 1.
- Contoh: $xy + x'y$
- Setiap suku (*term*) disebut *minterm*



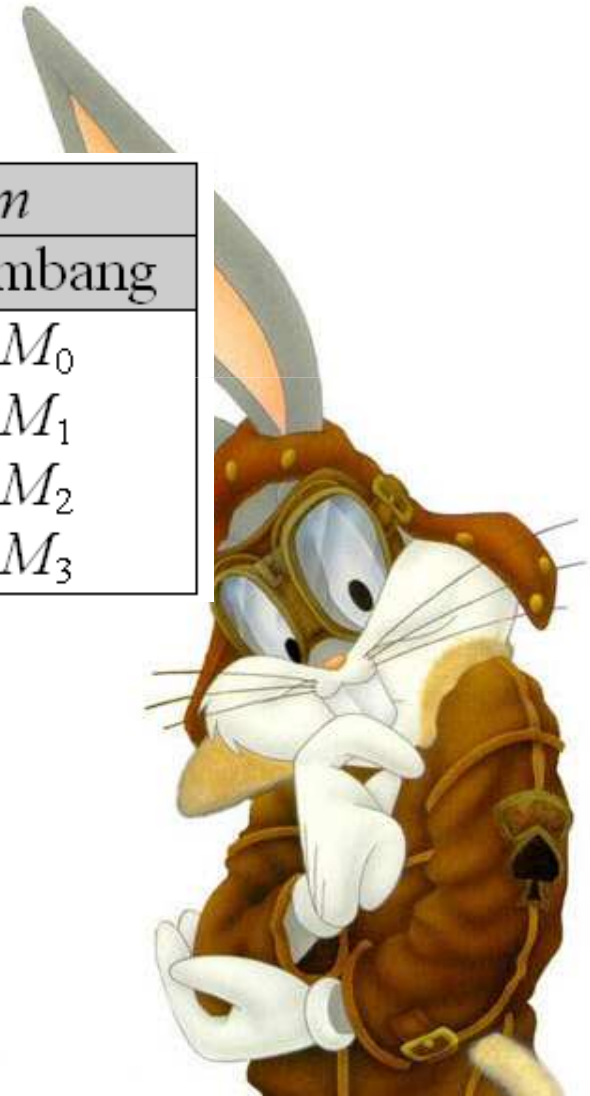
CNF

- CNF terdiri dari perkalian dari beberapa penjumlahan (product of sum = POS).
- Dalam tabel kebenaran, CNF merupakan penjumlahan-penjumlahan yang menghasilkan nilai 0.
- Contoh: $(x+y) \cdot (x'+y)$
- Setiap suku (*term*) disebut *maxterm*



Tabel Minterm dan Maxterm (1)

		<i>Minterm</i>		<i>Maxterm</i>	
<i>x</i>	<i>y</i>	Suku	Lambang	Suku	Lambang
0	0	$x'y'$	m_0	$x + y$	M_0
0	1	$x'y$	m_1	$x + y'$	M_1
1	0	xy'	m_2	$x' + y$	M_2
1	1	xy	m_3	$x' + y'$	M_3



Tabel Minterm dan Maxterm (2)

			<i>Minterm</i>		<i>Maxterm</i>	
<i>x</i>	<i>y</i>	<i>z</i>	Suku	Lambang	Suku	Lambang
0	0	0	$x'y'z'$	m_0	$x + y + z$	M_0
0	0	1	$x'y'z$	m_1	$x + y + z'$	M_1
0	1	0	$x'y z'$	m_2	$x + y' + z$	M_2
0	1	1	$x'y z$	m_3	$x + y' + z'$	M_3
1	0	0	$x y'z'$	m_4	$x' + y + z$	M_4
1	0	1	$x y'z$	m_5	$x' + y + z'$	M_5
1	1	0	$x y z'$	m_6	$x' + y' + z$	M_6
1	1	1	$x y z$	m_7	$x' + y' + z'$	M_7



Contoh 1 (1)

- Nyatakan dalam bentuk SOP dan POS

x	y	$f(x, y)$
0	0	0
0	1	1
1	0	0
1	1	0



Contoh 1 (2)

- SOP

Kombinasi nilai-nilai peubah yang menghasilkan nilai fungsi sama dengan 1 adalah 01, maka fungsi Booleannya dalam bentuk SOP:

$$f(x, y) = x'y$$

atau

$$f(x, y) = m_1 = \sum (1)$$



Contoh 1 (3)

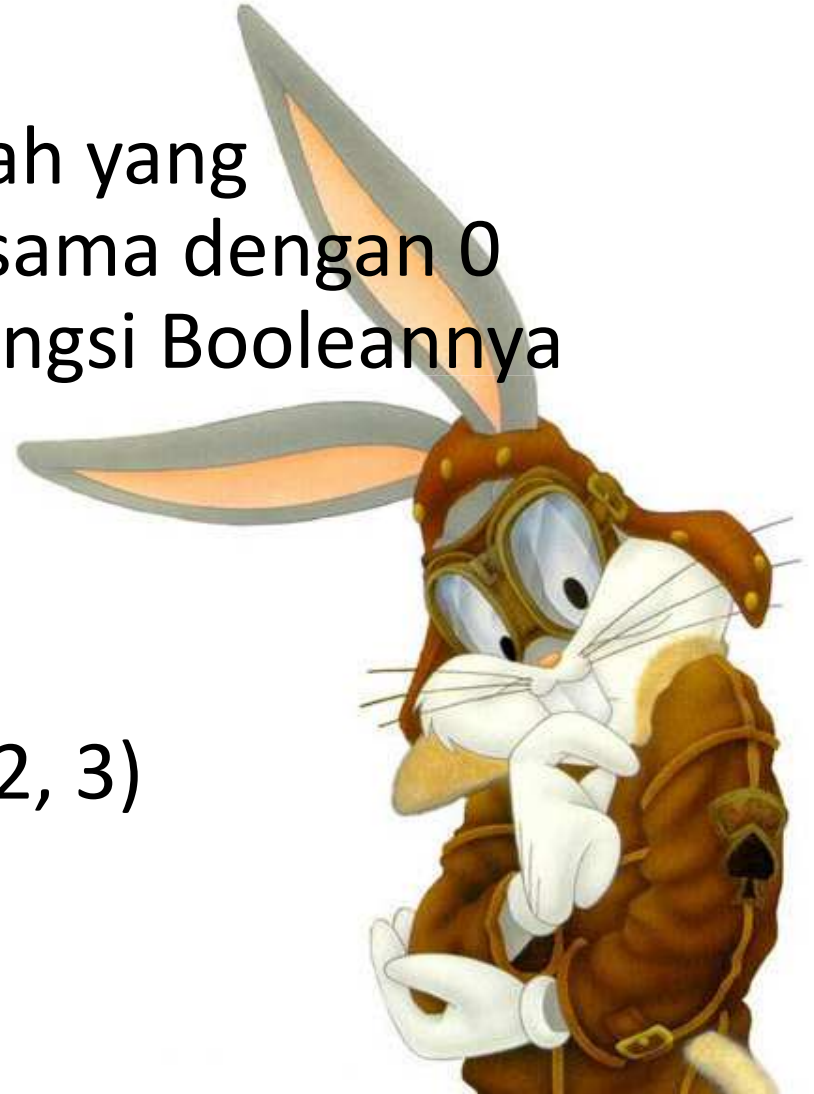
- POS

Kombinasi nilai-nilai peubah yang menghasilkan nilai fungsi sama dengan 0 adalah 00, 10, 11, maka fungsi Booleannya dalam bentuk POS:

$$f(x,y)=(x+y)(x'+y)(x'+y')$$

atau

$$f(x, y) = M_0 M_2 M_3 = \prod(0, 2, 3)$$



Contoh 2 (1)

- Nyatakan dalam bentuk SOP dan POS

x	y	z	$f(x, y, z)$
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

Contoh 2 (2)

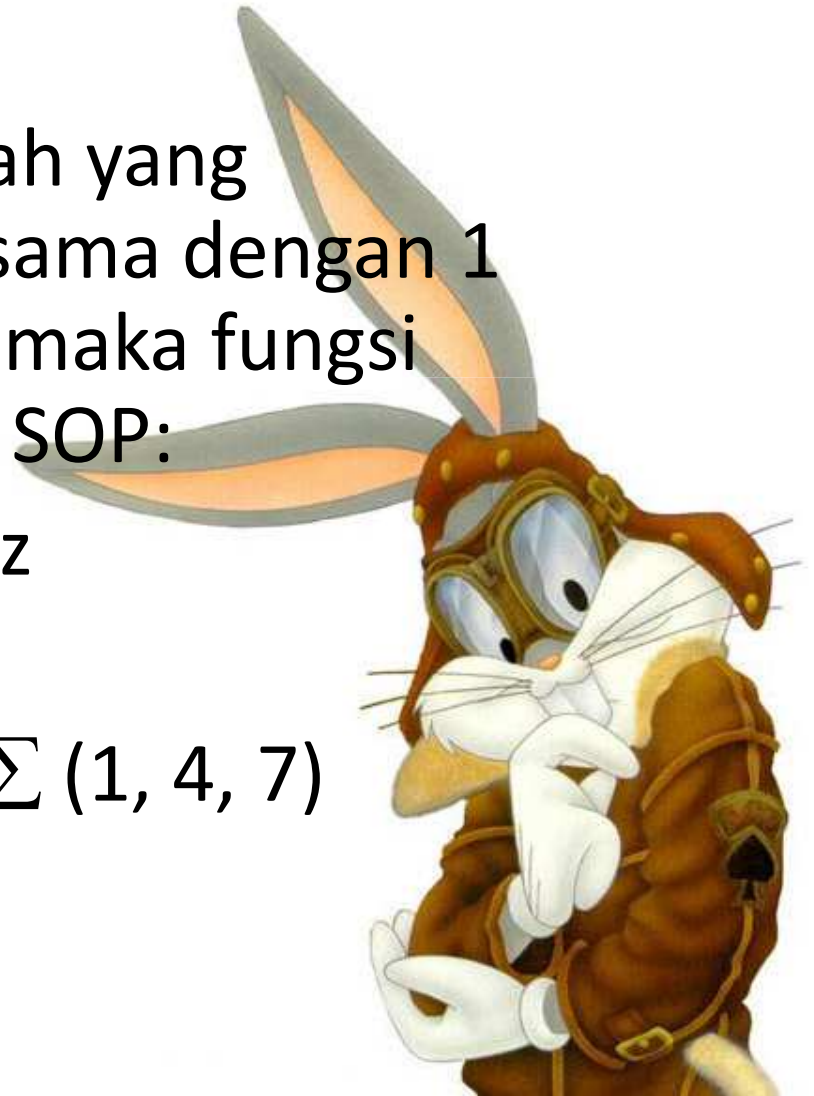
- SOP

Kombinasi nilai-nilai peubah yang menghasilkan nilai fungsi sama dengan 1 adalah 001, 100, dan 111, maka fungsi Booleannya dalam bentuk SOP:

$$f(x, y, z) = x'y'z + xy'z' + xyz$$

atau

$$f(x, y, z) = m_1 + m_4 + m_7 = \sum (1, 4, 7)$$



Contoh 2 (3)

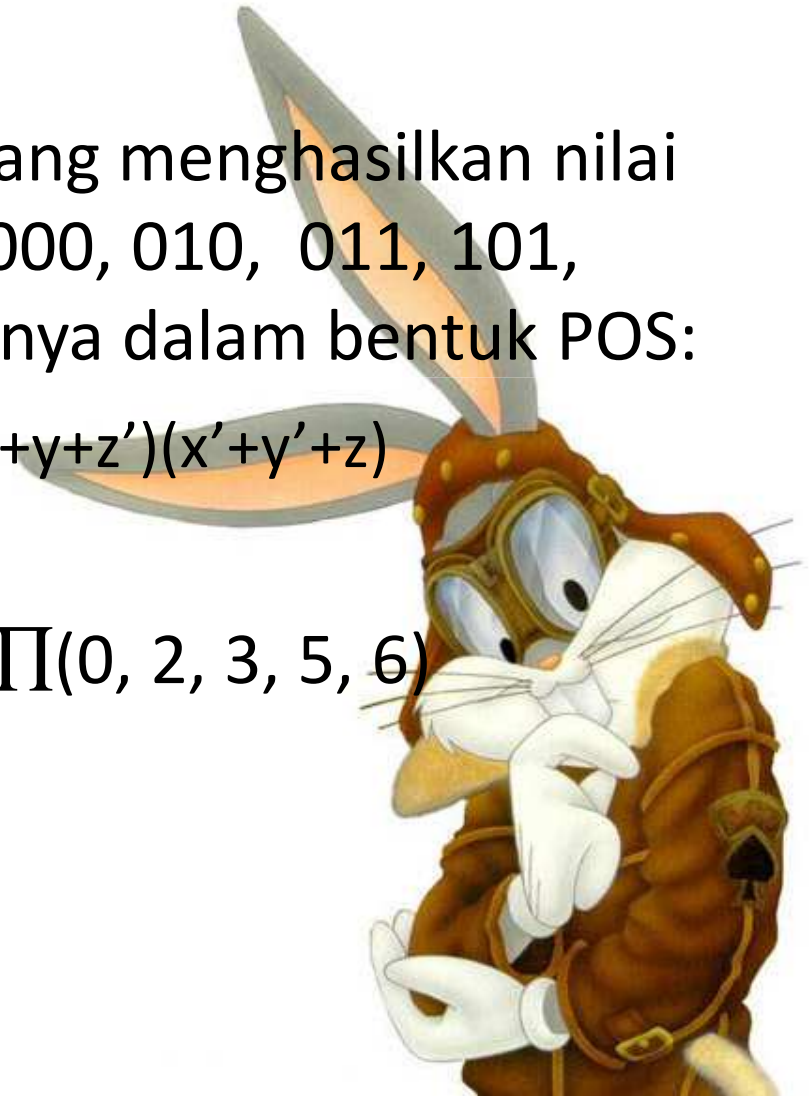
- POS

Kombinasi nilai-nilai peubah yang menghasilkan nilai fungsi sama dengan 0 adalah 000, 010, 011, 101, dan 110, maka fungsi Booleannya dalam bentuk POS:

$$f(x,y,z)=(x+y+z)(x+y'+z)(x+y'+z')(x'+y+z')(x'+y'+z)$$

atau

$$f(x, y, z) = M_0 M_2 M_3 M_5 M_6 = \prod(0, 2, 3, 5, 6)$$



Contoh 3 (1)

- Nyatakan fungsi Boolean $f(x,y,z) = x + y'z$ dalam bentuk kanonik SOP dan POS.



Contoh 3 (2)

- SOP

$$x = x(y + y')$$

$$= xy + xy'$$

$$= xy(z + z') + xy'(z + z')$$

$$= xyz + xyz' + xy'z + xy'z'$$

$$y'z = y'z(x + x')$$

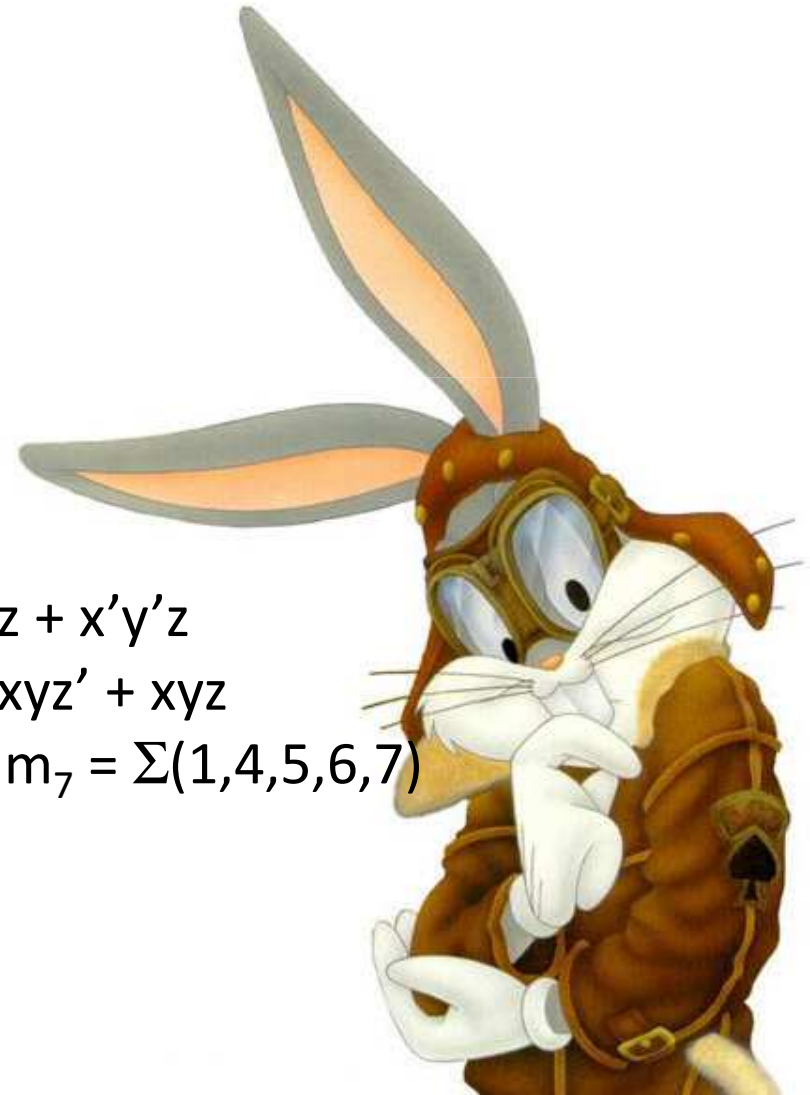
$$= xy'z + x'y'z$$

$$\text{Jadi } f(x, y, z) = x + y'z$$

$$= xyz + xyz' + xy'z + xy'z' + xy'z + x'y'z$$

$$= x'y'z + xy'z' + xy'z + xyz' + xyz$$

$$\text{atau } f(x, y, z) = m_1 + m_4 + m_5 + m_6 + m_7 = \Sigma(1,4,5,6,7)$$



Contoh 3 (3)

- POS

$$f(x, y, z) = x + y'z$$

$$= (x + y')(x + z)$$

$$x + y' = x + y' + zz'$$

$$= (x + y' + z)(x + y' + z')$$

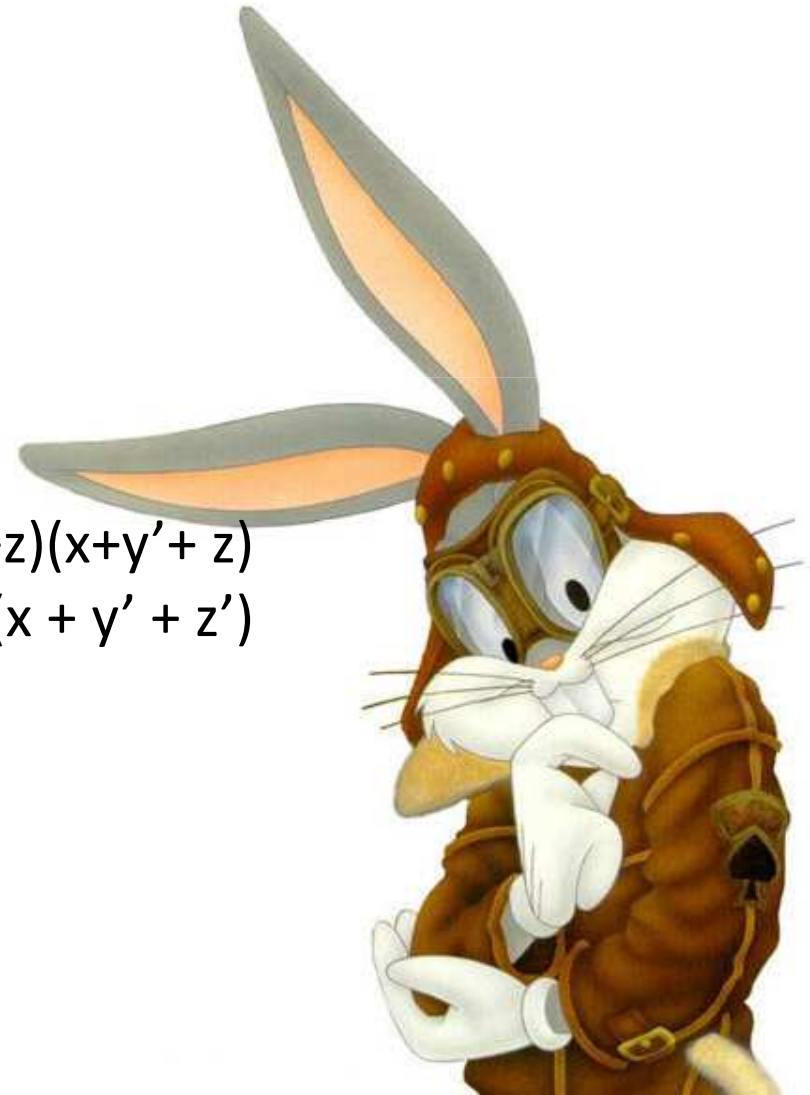
$$x + z = x + z + yy'$$

$$= (x + y + z)(x + y' + z)$$

$$\text{Jadi, } f(x, y, z) = (x+y'+z)(x+y'+z')(x+y+z)(x+y'+z)$$

$$= (x + y + z)(x + y' + z)(x + y' + z')$$

$$\text{atau } f(x, y, z) = M_0M_2M_3 = \prod(0, 2, 3)$$



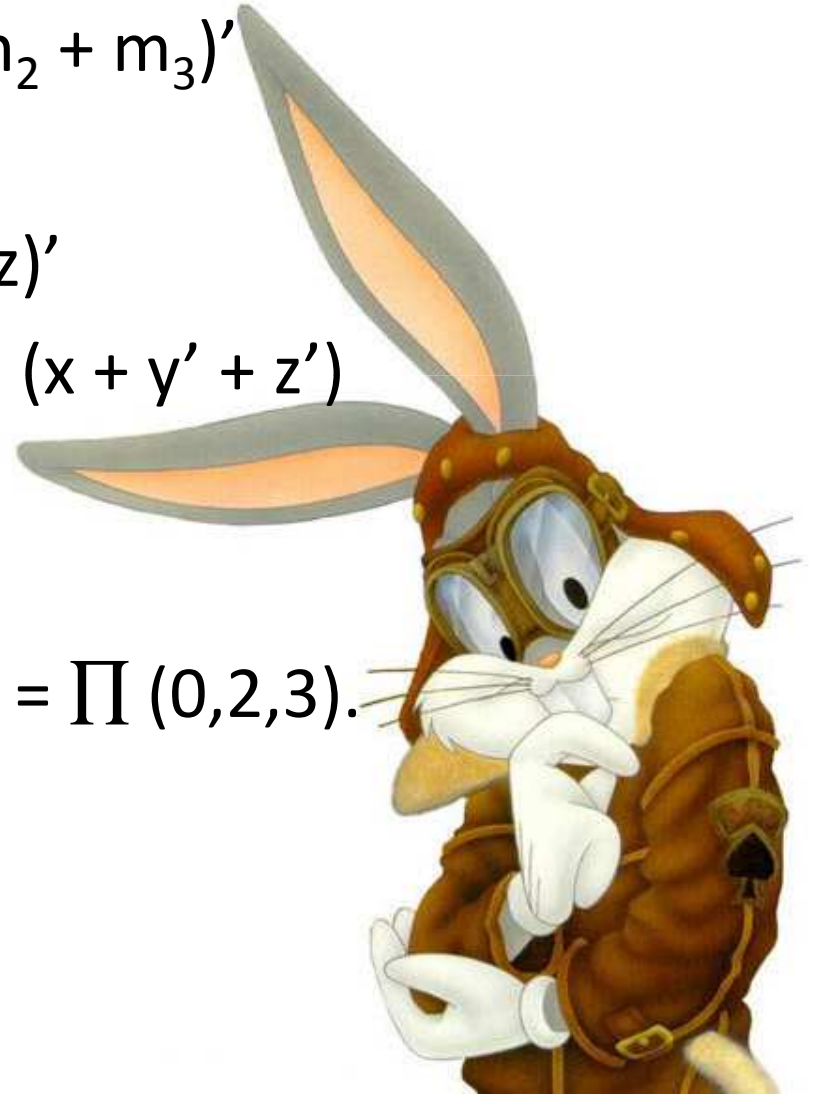
Konversi Antar Bentuk Normal (1)

- Misalkan $f(x, y, z) = \Sigma (1, 4, 5, 6, 7)$ dan f' adalah fungsi komplemen dari f , maka $f'(x, y, z) = \Sigma (0, 2, 3) = m_0 + m_2 + m_3$
- Dengan menggunakan hukum De Morgan, diperoleh fungsi f dalam bentuk POS.



Konversi Antar Bentuk Normal (2)

- $f(x, y, z) = (f'(x, y, z))' = (m_0 + m_2 + m_3)'$
 $= m_0' \cdot m_2' \cdot m_3'$
 $= (x'y'z')' (x'y z')' (x'y z)'$
 $= (x + y + z) (x + y' + z) (x + y' + z')$
 $= M_0 M_2 M_3$
 $= \prod (0,2,3)$
- Jadi, $f(x, y, z) = \Sigma (1, 4, 5, 6, 7) = \prod (0,2,3)$.
- Kesimpulan: $m_j' = M_j$



Contoh

- Nyatakan

$f(x, y, z) = \prod(0, 2, 4, 5)$ dalam SOP

$g(w, x, y, z) = \sum(1, 2, 5, 6, 10, 15)$ dalam POS

- Penyelesaian:

– $f(x, y, z) = \sum(1, 3, 6, 7)$

– $g(w, x, y, z) = \prod(0, 3, 4, 7, 8, 9, 11, 12, 13, 14)$



Penyederhanaan Fungsi Boolean

- Secara aljabar
- Menggunakan Peta Karnaugh



Penyederhanaan Secara Aljabar

- Menggunakan sifat-sifat/hukum-hukum aljabar boolean, seperti di logika matematika.



<p>1. Hukum identitas:</p> <p>(i) $a + 0 = a$</p> <p>(ii) $a \cdot 1 = a$</p>	<p>2. Hukum idempoten:</p> <p>(i) $a + a = a$</p> <p>(ii) $a \cdot a = a$</p>
<p>3. Hukum komplemen:</p> <p>(i) $a + a' = 1$</p> <p>(ii) $aa' = 0$</p>	<p>4. Hukum dominansi:</p> <p>(i) $a \cdot 0 = 0$</p> <p>(ii) $a + 1 = 1$</p>
<p>5. Hukum involusi:</p> <p>(i) $(a')' = a$</p>	<p>6. Hukum penyerapan:</p> <p>(i) $a + ab = a$</p> <p>(ii) $a(a + b) = a$</p>
<p>7. Hukum komutatif:</p> <p>(i) $a + b = b + a$</p> <p>(ii) $ab = ba$</p>	<p>8. Hukum asosiatif:</p> <p>(i) $a + (b + c) = (a + b) + c$</p> <p>(ii) $a (b c) = (a b) c$</p>
<p>9. Hukum distributif:</p> <p>(i) $a + (b c) = (a + b) (a + c)$</p> <p>(ii) $a (b + c) = a b + a c$</p>	<p>10. Hukum De Morgan:</p> <p>(i) $(a + b)' = a' b'$</p> <p>(ii) $(ab)' = a' + b'$</p>
<p>11. Hukum 0/1</p> <p>(i) $0' = 1$</p> <p>(ii) $1' = 0$</p>	

Contoh (1)

- Sederhanakan $a + a'b$!
- Penyelesaian:

$$\begin{aligned} a + a'b &= (a + ab) + a'b \\ &= a + (ab + a'b) \\ &= a + (a + a')b \\ &= a + 1 \bullet b \\ &= a + b \end{aligned}$$

(Penyerapan)

(Asosiatif)

(Distributif)

(Komplemen)

(Identitas)



Contoh (2)

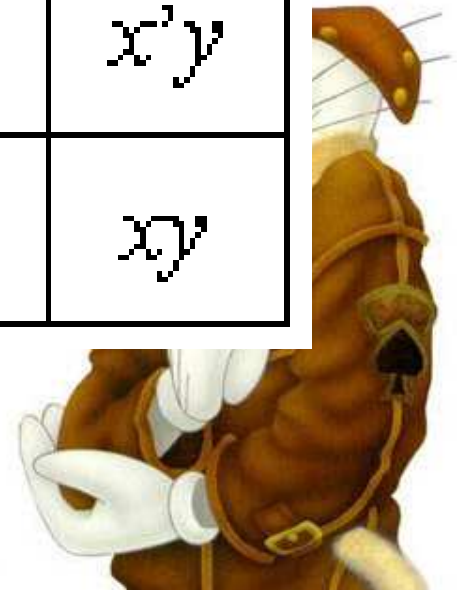
- Sederhanakan $((x+y')' + (x+z))' + y$!
- Penyelesaian:
 - $= ((x+y') (x+z)') + y$
 - $= ((x+y') (x'z')) + y$
 - $= (xx'z' + x'y'z') + y$
 - $= 0 + x'y'z' + y$
 - $= x'y'z' + y$
 - $= (x'+y) (y'+y) (z'+y)$
 - $= (x'+y) (z'+y)$
 - $= x'z' + y$



Peta Karnaugh (1)

- Peta Karnaugh dengan dua peubah

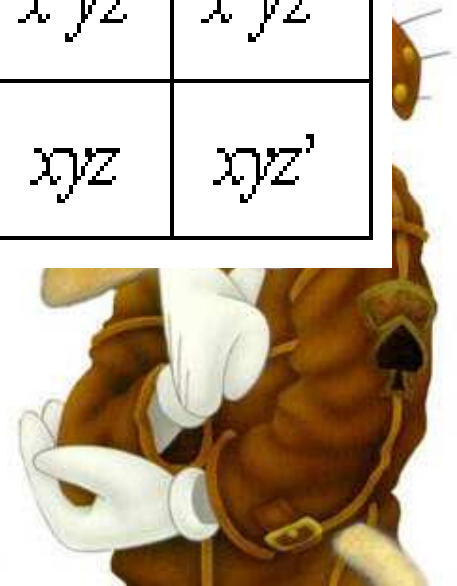
m_0	m_1	$x = 0$	$x'y'$	$x'y$
m_2	m_3	$x = 1$	xy'	xy



Peta Karnaugh (2)

- Peta Karnaugh dengan tiga peubah

					yz			
					00	01	11	10
m_0	m_1	m_3	m_2	x 0	$x'y'z'$	$x'y'z$	$x'yz$	$x'yz'$
m_4	m_5	m_7	m_6	1	$xy'z'$	$xy'z$	xyz	xyz'



Contoh 1 (1)

- Diketahui tabel kebenaran berikut, sederhanakanlah!

x	y	z	$f(x, y, z)$
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

Contoh 1 (2)

- Peta Karnaugh:

	yz	00	01	11	10
x 0		0	0	0	1
1		0	0	1	1

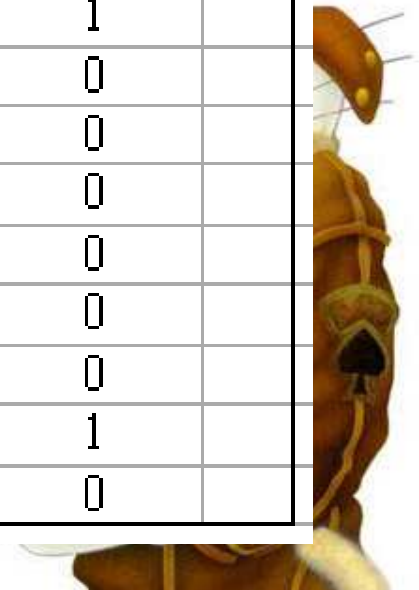
- Penyelesaian: $x'y + yz'$



Contoh 2 (1)

- Diketahui tabel kebenaran berikut, sederhanakanlah!

w	x	y	z	$f(w, x, y, z)$
0	0	0	0	0
0	0	0	1	1
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	0
1	1	0	1	0
1	1	1	0	1
1	1	1	1	0

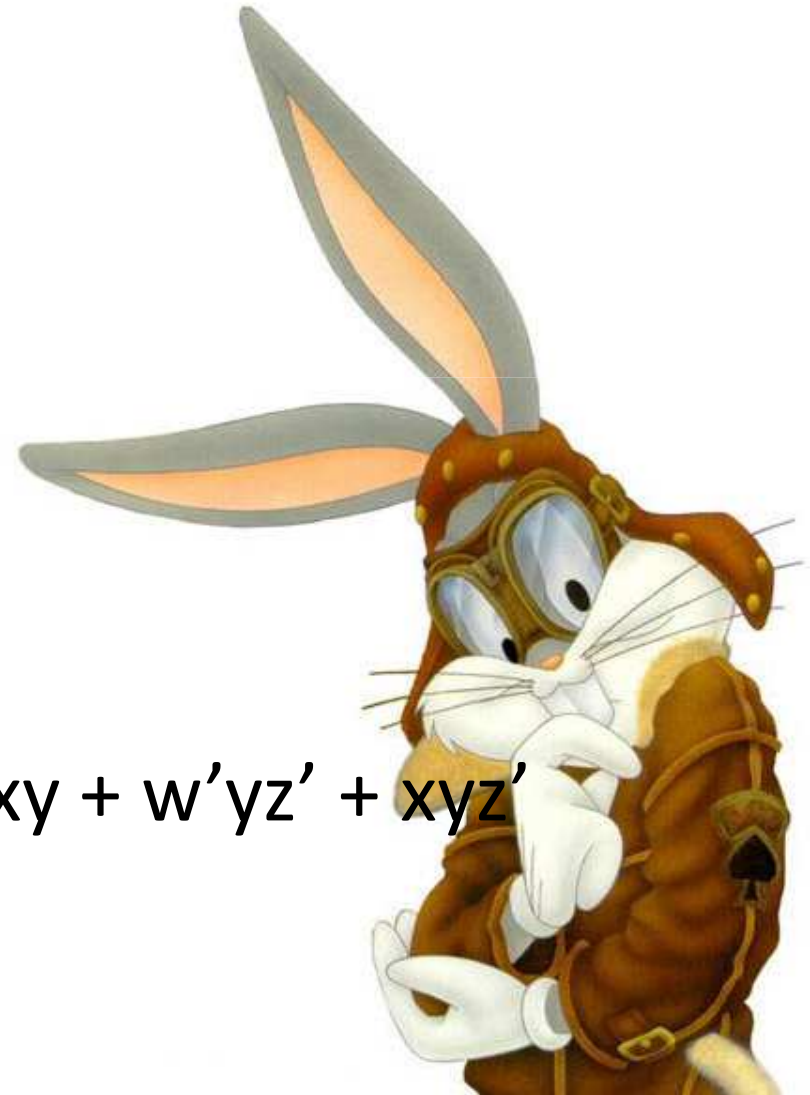


Contoh 2 (2)

- Peta Karnaugh

		yz			
		00	01	11	10
wx	00	0	1	0	1
	01	0	0	1	1
	11	0	0	0	1
	10	0	0	0	0

- Penyelesaian: $w'x'y'z + w'xy + w'yz' + xyz'$



Sering sering check blog

Chikandud.blogspot.com

