

PETA KARNAUGH

PETA KARNAUGH

- Selain dengan teorema boole, salah satu cara untuk memanipulasi dan menyederhanakan fungsi boole adalah dengan teknik peta karnaugh.
- Peta karnaugh merupakan sekumpulan kotak-kotak yang diberi nama sedemikian rupa berdasarkan nama variabelnya dan
- Diletakkan sedemikian rupa pula sehingga dapat mengeliminasi beberapa tabel jika kotak itu digabung.
- Jumlah kotak tergantung banyaknya variabel input. Jika ada sebanyak n input maka ada 2^n kombinasi input, maka sebanyak itu pula kotak yang dibutuhkan.
- Dalam peta karnaugh dikenal istilah tetangga dekat. Yang dimaksud dengan tetangga dekat adalah kotak-kotak yang memiliki satu atau lebih variabel yang sama atau kotak-kotak yang terletak dalam satu atau lebih bidang yang sama.
- Yang dimaksud dengan bidang adalah sekumpulan kotak yang sudah diberi nama berdasarkan variabel inputnya.

Peta Karnaugh dengan dua variabel

- Untuk 2 variabel input akan ada sebanyak $2^2 = 4$ kombinasi input
 - Maka banyaknya kotak yang dibutuhkan adalah 4 kotak.
 - Keempat kotak itu diatur sebagai berikut :

A \ B	0	1
0	0	2
1	1	3

Peta Karnaugh dengan dua variabel

- Penggabungan kotak-kotak untuk 2 variabel (A, B) :
 - Jika 2 kotak ditandai 1 bertetangga dekat digabung → menyatakan 1 variabel tunggal.
 - 1 kotak yang ditandai 1 dan tidak memiliki tetangga dekat (tidak dapat digabung) → menyatakan 2 variabel.

Contoh

$$y = \bar{A} B + A \bar{B}$$

$\bar{B} \backslash A$	0	1
0	0	1 2
1	1 1	3

Menyatakan 1 tetangga

$$y = \bar{A} \bar{B} + A \bar{B} + A B$$

$\bar{B} \backslash A$	0	1
0	1	1
1		1

Menyatakan 2 buah 2 tetangga
sehingga dapat disederhanakan
menjadi $y = A + \bar{B}$

$$y = \bar{A} B + A B$$

$\bar{B} \backslash A$	0	1
0		
1	1	1

Menyatakan 2 tetangga
sehingga dapat disederhanakan
menjadi $y = B$

Peta Karnaugh dengan tiga variabel

- Untuk 3 variabel input akan ada sebanyak $2^3 = 8$ kombinasi input
 - Maka banyaknya kotak yang dibutuhkan adalah 8 kotak.
 - Kedelapan kotak itu diatur sebagai berikut :

$C \backslash AB$	00	01	11	10		$BC \backslash A$	0	1
0	0	2	6	4		00	0	4
1	1	3	7	5		01	1	5
						11	3	7
						10	2	6

Peta Karnaugh dengan tiga variabel

- Penggabungan kotak-kotak untuk 3 variabel (A, B, C) :
 - 4 kotak yang bertetangga dekat digabung → menyatakan 1 variabel tunggal.
 - 2 kotak yang bertetangga dekat digabung → menyatakan 2 variabel.
 - 1 kotak yang tidak bertetangga dekat /tidak digabung → menyatakan 3 variabel

Contoh

$$y = AB\bar{C} + \bar{A}BC + ABC + A\bar{B}C$$

$C \backslash AB$	00	01	11	10
0			1	
1		1	1	1

Menyatakan 3 buah 2 tetangga
sehingga dapat disederhanakan
menjadi $y = AB + BC + AC$

$$y = \bar{A}\bar{B}C + \bar{A}BC + ABC + A\bar{B}C$$

$C \backslash AB$	00	01	11	10
0				
1	1	1	1	1

Menyatakan 4 tetangga
sehingga dapat disederhanakan
menjadi $y = C$

$$y = \bar{A}B\bar{C} + \bar{A}BC + AB\bar{C} + ABC$$

$C \backslash AB$	00	01	11	10
0		1	1	
1		1	1	

Menyatakan 4 tetangga
sehingga dapat disederhanakan
menjadi $y = B$

Peta Karnaugh dengan empat variabel

- Untuk 4 variabel input akan ada sebanyak $2^4 = 16$ kombinasi input
 - Maka banyaknya kotak yang dibutuhkan adalah 16 kotak.
 - Ke-enambelas kotak itu diatur sebagai berikut :

CD \ AB	00	01	11	10
00	0	4	12	8
01	1	5	13	9
11	3	7	15	11
10	2	6	14	10

Peta Karnaugh dengan empat variabel

- Penggabungan kotak-kotak untuk 4 variabel (A, B, C, D) :
 - 8 kotak yang bertetangga dekat digabung → menyatakan 1 variabel tunggal.
 - 4 kotak yang bertetangga dekat digabung → menyatakan 2 variabel tunggal.
 - 2 kotak yang bertetangga dekat digabung → menyatakan 3 variabel.
 - 1 kotak yang tidak bertetangga dekat/tidak digabung menyatakan 4 variabel

Contoh

$$y = ABCD + ABC\bar{D} + A\bar{B}CD + A\bar{B}C\bar{D}$$

CD \ AB	00	01	11	10
00				
01				
11			1	1
10			1	1

Menyatakan 4 tetangga
sehingga dapat disederhanakan menjadi
 $y = AC$

$$y = \bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D} + A\bar{B}\bar{C}\bar{D} + \bar{A}\bar{B}C\bar{D} + A\bar{B}C\bar{D}$$

CD \ AB	00	01	11	10
00	1			1
01				
11				
10	1			1

Menyatakan 4 tetangga
sehingga dapat disederhanakan menjadi
 $y = \bar{B}\bar{D}$

$$y = \bar{A}B + A\bar{B}\bar{C} + ABCD + A\bar{B}C\bar{D}$$

CD \ AB	00	01	11	10
00		1	1	
01		1	1	
11		1	1	
10		1	1	

Menyatakan 8 tetangga
sehingga dapat disederhanakan menjadi
 $y = B$

Peta Karnaugh dengan lima variabel

- Penggabungan kotak-kotak untuk 5 variabel (A, B, C, D, E) :
 - 16 kotak yang bertetangga dekat digabung → menyatakan 1 variabel tunggal.
 - 8 kotak yang bertetangga dekat digabung → menyatakan 2 variabel tunggal.
 - 4 kotak yang bertetangga dekat digabung → menyatakan 3 variabel.
 - 2 kotak yang bertetangga dekat digabung → menyatakan 4 variabel
 - 1 kotak yang tidak bertetangga dekat/tidak digabung menyatakan 5 variabel

Contoh (1)

$$y = \bar{A} B \bar{D} + A B \bar{D} + \bar{A} \bar{B} D + A \bar{B} D$$

ABC DE	000	001	011	010		100	101	111	110	ABC DE
00			1	1				1	1	00
01			1	1				1	1	01
11	1	1				1	1			11
10	1	1				1	1			10

Menyatakan 2 buah 8 tetangga sehingga dapat disederhanakan menjadi

$$y = B \bar{D} + \bar{B} D$$

Contoh (2)

$$y = \bar{A} B C + \bar{A} B \bar{C} + A B \bar{D} + A B D$$

ABC DE	000	001	011	010		100	101	111	110	ABC DE
00			1	1				1	1	00
01			1	1				1	1	01
11			1	1				1	1	11
10			1	1				1	1	10

Menyatakan 16 tetangga sehingga dapat disederhanakan menjadi
 $y = B$

Peta Karnaugh dengan enam variabel

- Untuk 6 variabel input akan ada sebanyak $2^6 = 64$ kombinasi input
 - Maka banyaknya kotak yang dibutuhkan adalah 64 kotak.
 - Ke-64 kotak itu diatur sebagai berikut :

ABCD EF	0000	0001	0011	0010		0100	0101	0111	0110	ABCD EF
00	0	4	12	8		16	20	28	24	00
01	1	5	13	9		17	21	29	25	01
11	3	7	15	11		19	23	31	27	11
10	2	6	14	10		18	22	30	26	10
00	32	36	44	40		48	52	60	56	00
01	33	37	45	41		49	53	61	57	01
11	35	39	47	43		51	55	63	59	11
10	34	38	46	42		50	54	62	58	10
EF ABCD	1000	1001	1011	1010		1100	1101	1111	1110	EF ABCD

Peta Karnaugh dengan enam variabel

- Penggabungan kotak-kotak untuk 6 variabel (A, B, C, D, E, F) :
 - 32 kotak yang bertetangga dekat digabung → menyatakan 1 variabel tunggal.
 - 16 kotak yang bertetangga dekat digabung → menyatakan 2 variabel tunggal.
 - 8 kotak yang bertetangga dekat digabung → menyatakan 3 variabel.
 - 4 kotak yang bertetangga dekat digabung → menyatakan 4 variabel
 - 2 kotak yang bertetangga dekat digabung → menyatakan 5 variabel
 - 1 kotak yang tidak bertetangga dekat/tidak digabung menyatakan 6 variabel

Sederhanakan fungsi boole berikut ini :

$$Y(A,B,C,D,E,F) = \Sigma m(0, 9, 11, 24, 25, 27, 34, 35, 38, 39, 43, 47, 51, 55, 58, 59, 62, 63)$$

ABCD EF	0000	0001	0011	0010		0100	0101	0111	0110	ABCD EF
00	0 1	4	12	8		16	20	28	24 1	00
01	1	5	13	9 1		17	21	29	25 1	01
11	3	7	15	11 1		19	23	31	27 1	11
10	2	6	14	10		18	22	30	26	10
00	32	36	44	40		48	52	60	56	00
01	33	37	45	41		49	53	61	57	01
11	35 1	39 1	47 1	43 1		51 1	55 1	63 1	59 1	11
10	34 1	38 1	46	42		50	54	62 1	58 1	10
EF ABCD	1000	1001	1011	1010		1100	1101	1111	1110	EF ABCD

Kelompok Berlebihan

- Jika pengelompokan 1 tidak dilakukan secara hati – hati, maka ada kemungkinan kita membuat kelompok 1 yang tidak perlu.
- Pengelompokan yang berlebihan (redundan) ini menghasilkan fungsi Boolean dengan *term* yang tidak perlu.
- Contoh 1 :

$wx \backslash yz$	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	0	1	0	0
11	0	1	1	0
10	0	0	1	0

$$f(w, x, y, z) = w'xz + wxy + xyz$$

$wx \backslash yz$	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	0	1	0	0
11	0	1	1	0
10	0	0	1	0

$$f(w, x, y, z) = w'xz + wxy$$

Ketidakunikan fungsi Hasil Penyederhanaan

- Metode peta Karnaugh \rightarrow fungsi Boolean yang lebih sederhana.
- Fungsi yang lebih sederhana
 - mempunyai jumlah literal & jumlah *term* yang lebih sedikit daripada fungsi asalnya.
- Hasil penyederhanaan dengan peta Karnaugh tidak selalu unik.
 - mungkin terdapat beberapa bentuk fungsi minimasi yang berbeda meskipun jumlah literal dan jumlah *term*-nya sama.

Kemungkinan pengelompokan I :

yz \ wx	00	01	11	10
00	0	0	1	1
01	0	1	0	0
11	1	0	1	1
10	1	1	1	0

Fungsi minimasi :

$$f(w, x, y, z) = w'x'y + w'xy'z + wy'z' + wxyz + xyz'$$

Kemungkinan pengelompokan II :

yz \ wx	00	01	11	10
00	0	0	1	1
01	0	1	0	0
11	1	0	1	1
10	1	1	1	0

Fungsi minimasi :

$$f(w, x, y, z) = w'yz' + w'xy'z + wy'z' + wxy + x'yz$$

Kemungkinan pengelompokan III :

yz \ wx	00	01	11	10
00	0	0	1	1
01	0	1	0	0
11	1	0	1	1
10	1	1	1	0

Fungsi minimasi : $f(w, x, y, z) = w'x'y + w'xy'z + wxz' + wxy + x'yz + w'y'z'$